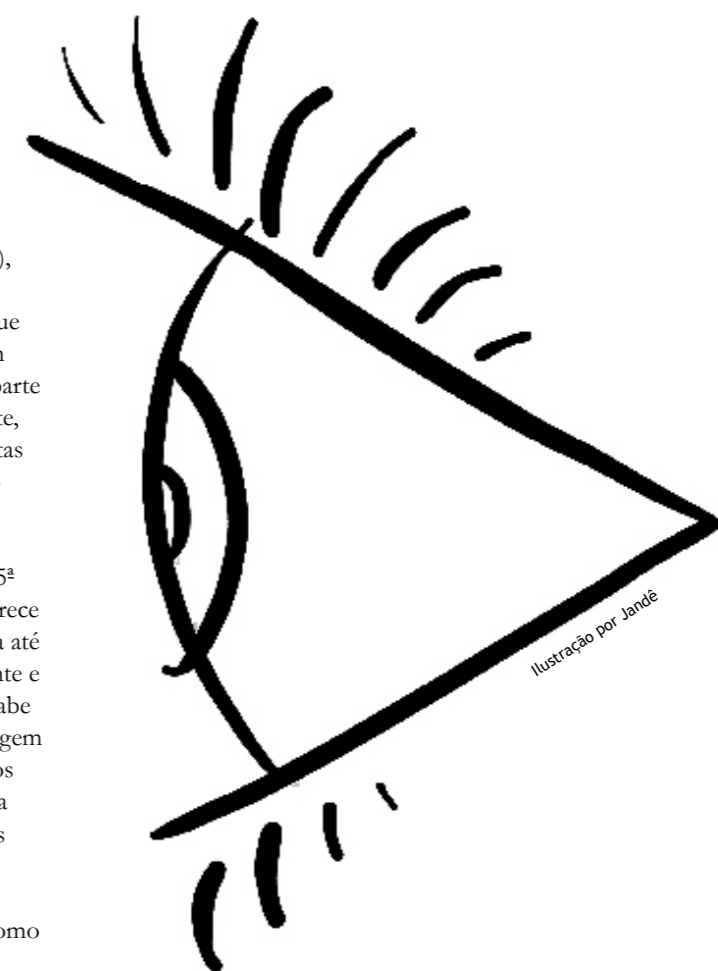


Olhando por outro Ângulo

A Produção De Significados Para A Noção De Ângulo

Daniella Assemany

Em seu livro “O Ensino da Geometria” (1964), Gustave Choquet inicia o capítulo intitulado “Os Ângulos” com uma digressão sobre as dificuldades que cercam a noção de ângulo. Estas dificuldades derivam em parte de uma terminologia mal especificada, em parte de uma mistura confusa de várias noções e, finalmente, das reais dificuldades matemáticas deste conceito. Estas questões são muito intrigantes, mas não tanto quanto o fato de um matemático do século XX observar dificuldades no aprendizado da noção de ângulo. Conceito fundamental para a Matemática a partir da 5ª série do Ensino Fundamental, a noção de ângulo aparece explícita ou implicitamente no programa da disciplina até o fim do Ensino Médio. Se o conceito é tão importante e há tantas questões envolvidas com sua significação, cabe perguntar quais são os significados produzidos na origem da construção da noção de ângulo. Aqui apresentamos algumas possibilidades, e o quão variada pode ser essa construção, a partir de uma pesquisa com professores de Matemática e estudantes em que foram propostas abordagens de livros didáticos e considerados os significados produzidos pelos sujeitos, tomando-se como base o Modelo Teórico dos Campos Semânticos.



O Referencial Teórico

O Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS) estuda os modos de produzir justificações e significados para textos matemáticos. Para compreender o que é *conhecimento* neste trabalho, é preciso ter a noção de *significado*, que, para o MTCS, é tudo aquilo que o sujeito efetivamente diz sobre um objeto numa tarefa proposta. Assim, produzir significados é produzir ações enunciativas (fala, gestos, etc.) no interior de uma atividade (tarefa). A produção de significados é aquilo que realmente é expresso acerca de um determinado objeto, e não o que poderia ter sido dito.

A noção de conhecimento é constituída a partir de crenças-afirmações para uma situação dada, seguidas de justificações fornecidas pelo sujeito acerca dos significados produzidos, ou seja, é um par (crença-afirmação, justificação). Isso significa que, para um sujeito produzir conhecimento, é necessário que ele constitua um texto sobre o assunto em questão e o justifique, legitimando assim sua produção textual e, conseqüentemente, os significados produzidos. Não basta escolher um tipo de argumento, é necessário que comande suas escolhas a partir da compreensão dos pressupostos e das justificações dos mesmos. Assim, se justificado, o enunciado se torna legítimo naquela situação.

Logo, é posto que não existe conhecimento nos livros por serem objetos constituídos na produção de significados, porque há somente enunciados, ou seja, é necessário que haja uma enunciação efetiva, isto é, uma leitura seguida de justificação, para que os enunciados participem da produção do conhecimento. Nos livros existe um enunciado do conhecimento do autor.

A Pesquisa

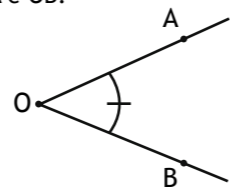
A pesquisa apresentada neste artigo é parte de um estudo apresentado em 2003, na dissertação de Mestrado: “Uma Análise da Produção de Significados para a Noção de Ângulo”. Nos anos de 2001 e 2002, foram aplicados a dois grupos distintos – três estudantes dos Ensinos Médio e Fundamental e três professores de Matemática – dois textos retirados de livros didáticos de Matemática, que introduziam o conceito de ângulo, para a identificação dos significados da noção em questão. A pesquisa se deu através da proposição de duas situações para identificação dos significados.

COLEÇÃO A (formada por quatro livros do mesmo autor – 3ª e 4ª ciclos - E.F.): nesta coleção, a noção de ângulo começa a ser construída a partir da 5ª série, mas

numa seção opcional para o professor, pois os autores escolheram falar em áreas de figuras e julgaram conveniente “conceituar quadrado e retângulo”. A primeira abordagem explícita dos ângulos está destacada a seguir:

Considere três pontos não-colineares, isto é, que não pertencem a uma mesma reta, **A**, **O** e **B**.

Ângulo geométrico **AÔB** é a figura formada pelas semi-retas **OA** e **OB**:



Na figura:

- ponto **O** é o vértice do ângulo;
- as semi-retas **OA** e **OB** são os lados do ângulo.

Fig. 1: 5ª série – Noção de Ângulo – Coleção A, p.154

A partir desta leitura, tivemos dúvidas para garantir qual era a figura formada pelas semi-retas em questão, e, conseqüentemente, qual era o ângulo efetivamente apontado. Por exemplo, ângulo é a figura que possui a marcação daquela “curvinha” ou a que não possui?

Com base na abordagem dada até então, é apresentado ao leitor um transferidor como um objeto para “medir ângulos”. Com esses conceitos, já são apresentadas as classificações reto, agudo e obtuso, o que proporciona o estudo dos ângulos internos de um polígono.

No livro da 6ª série, os autores se posicionam: “Na 5ª série, estudamos medida de ângulo. Agora, na 6ª série, esse estudo vai ser retomado e aprofundado.” A partir daí, vem o título: O conceito de ângulo, e são mostrados desenhos de relógios, onde as horas são variadas, alterando a abertura dos ponteiros.

“ (...) Esta abertura caracteriza o ângulo. Vamos conceituar ângulo geometricamente. Quando duas semi-retas (não coincidentes) têm a mesma origem, elas separam o plano que as contém em duas regiões. Cada uma dessas duas regiões, juntamente com as semi-retas, formam uma região angular. Em geral consideramos apenas a menor delas. ” (6ª série - Noção de Ângulo – Coleção A – p. 138)

A ordem e os tópicos escolhidos pelos autores a seguir são: ângulos raso (180°) e nulo (0°) – sem mostrar a sua origem –, medida de um ângulo utilizando dois transferidores (de 180° e 360°), classificação e soma das medidas. Mas pode-se questionar a partir de que pressupostos trabalhou-se com os ângulos nulo e raso, visto que as semi-retas não

podem ser coincidentes. Que figura é formada nos ângulos nulos e rasos? Além disso, em dado momento não existem ângulos maiores do que 180°, mas posteriormente, quando trabalha-se com medição, este fato é ignorado e passam a “existir” os ângulos de medida maior do que 180°. A passagem de uma noção dada na 5ª série sofre uma quebra de continuidade ao ser aplicada nas séries seguintes.

Com o objetivo de explicitar os significados produzidos a partir da leitura do texto desta coleção, apresentaremos a produção de significados para dois grupos:

I) Professores (de Matemática):

Professor X: “Ângulo é, na maioria das vezes, a menor figura formada por duas semi-retas de mesma origem e não colineares.”

Professor Y: “Quando se traçam duas semi-retas não coincidentes sobre um plano, ele ficará dividido em duas regiões angulares, havendo sempre uma região menor do que a outra.”

Professor Z: “Ângulo é a região delimitada por duas semi-retas, não coincidentes, de mesma origem.”

Notamos que as enunciações para a Coleção A caracterizam os seguintes objetos: semi-retas, figura, superfície e região, que representam a produção de significados para o grupo de professores.

II) Alunos:

Ana (8ª série): “Eu entendi o conceito do ângulo do livro como duas semi-retas no mesmo plano que se encontram e formam o ângulo”.

Renata (8ª série): “Esse texto caracteriza o ângulo como o tamanho da abertura”.

Na afirmação de Ana, notamos que as semi-retas podem se encontrar em qualquer ponto, sendo possível trabalhar com ângulos opostos pelo vértice. Já Renata produz uma nova enunciação com a medição e abertura inter-relacionadas. Podemos afirmar que, apesar de serem da mesma série, produziram significados diferentes para o mesmo enunciado.

Marianna (5ª série): “O vértice é como se descobre o ângulo, os pontos OA e OB. O primeiro significa o vértice O indo em direção ao A e o segundo é o vértice O indo em direção ao B.”

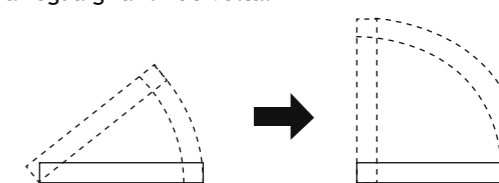
Na afirmação de Marianna, percebemos que ela fez crenças-afirmações acerca da figura 1, mas não levou em consideração o trecho final do texto referente ao livro

da 6ª série. Para ela, o vértice é o elemento principal na descoberta do ângulo, pois sem ele não se formam os lados do ângulo.

Baseados nas crenças-afirmações das alunas, destacamos os objetos: ponto, reta, semi-reta, vértice e abertura.

COLEÇÃO B (formada por quatro livros dos mesmos autores – 3ª e 4ª ciclos - E.F.): nesta coleção os autores preferiram constituir a noção de ângulo ano após ano, da 5ª à 8ª série do Ensino Fundamental. No livro de 5ª série, na seção *Formas Geométricas*, há uma parte denominada *Giros, Cantos e Ângulos*. Nela, são analisadas quatro fotografias do rosto de uma pessoa, que representam as posições “frente, lado direito, costas e lado esquerdo”. Com isso, é observado que a pessoa fotografada girou ¼ de volta para posar para a foto seguinte.

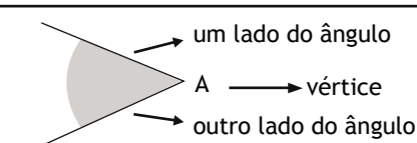
Para entender bem esses giros de ¼ de volta, veja uma régua girar ¼ de volta:



O giro da régua corresponde a um ângulo.

Fig. 2: 5ª série – Noção de Ângulo – Coleção B, p.27

A representação anterior foi denominada de Giro. Logo a seguir, a representação geométrica para ângulo aparece:



É assim que desenhamos e damos nome aos ângulos.

Para medir um ângulo, combina-se que a volta toda tem 360° (trezentos e sessenta graus).

Fig. 3: 5ª série – Noção de Ângulo – Coleção B, p.29

As duas representações foram diferentes e denominadas como *Giro* e *Geométrica*, entretanto a rotação (giro) apresentada na primeira representação não é igualmente geométrica?

A partir daí, os autores citam ângulos rasos e retos, sugerem exercícios e, dentre eles, exercícios de medição a partir de uma figura dada, utilizando a idéia de ¼ de volta. Sustentam esses possíveis significados para trabalhar com

retas paralelas e perpendiculares e ângulo interno de um polígono.

No livro referente à 6ª série, na seção *Formas geométricas/ ângulos*, os autores relembram as noções apresentadas na série anterior a partir do movimento dos ponteiros de um relógio, acrescentando o transferidor ao estudo. Aqui ainda não aparecem ângulos maiores do que 360° , mas notamos a preocupação dos autores em conceituar geometricamente ângulo, a partir de um diálogo:


- O ângulo A é maior que o B.
 - Mas B parece maior, tem lados mais compridos.
 - Na medida do ângulo, só interessa quanto um lado gira para cair sobre o outro. O comprimento do lado não importa.
 - Dizemos que lados são semi-retas.
- (6ª série - Noção de Ângulo – Coleção B – p.66)

Mas o que o comprimento de um lado significa para a medida de um ângulo? Esses lados são ditos semi-retas; mas o que pode ser medido não são segmentos de reta?

A produção de significados observada nesse caso foi:

I) Professores (de Matemática):

Professor X: “Ângulo está relacionado com a visão, com quinas e cantos; é um ponto de vista que pode ser representado por um desenho, pode ser medido e alterado a qualquer momento, desde que se queira.”

Professor Y: “Há ângulo que mede $\frac{1}{4}$ de volta. Ângulo é o caminho de uma semi-reta até chegar sobre a outra. O lado de um ângulo não tem tamanho definido. Só podemos desenhar um ângulo assim: . Uma volta tem sempre 360° .”

Professor Z: “Um ângulo é obtido através da rotação de um lado sobre o outro.”

Em relação aos objetos descritos na produção de significados para a Coleção B, destacamos: quinas, visão, lado, rotação, movimento e desenho.

II) Alunos:

Ana (8ª série): “Duas semi-retas com um ponto em comum podem ser giradas para qualquer posição e formam um ângulo.”

Renata (8ª série): “O que importa na figura é o quanto tem de tamanho um giro do ângulo”.

Ana nos passa a idéia de giro de semi-retas, independente do sentido e da posição em que parar, produzindo significados para ângulos de medidas que variam de 0° a 360° .

Renata novamente produz significado relacionado à medida do ângulo. Observamos que novamente as duas alunas da mesma série produziram significados diferentes para o mesmo enunciado.

Marianna (5ª série): “Que uma volta completa tem 360° e que $\frac{1}{4}$ dessa volta tem $360 \div 4 = 90^\circ$ que é um ângulo reto.”

Na afirmação de Marianna, percebemos que ela apresentou crenças-afirmações acerca do primeiro enunciado, desconsiderando a figura do ângulo no segundo. Quanto ao que efetivamente ela disse, consideramos que os significados foram exclusivamente para os ângulos de medidas 90° e 360° .

Baseados nas crenças-afirmações das alunas, identificamos os seguintes elementos: giro, volta e semi-reta.

	Professores de Matemática	Alunos
Coleção A	Semi-retas, figura, superfície e região	Semi-retas, retas, ponto, abertura e vértice
Coleção B	Quinas, visão, lado, movimento, rotação e desenho	Semi-retas, giro e volta

Observações Finais

Não temos a pretensão de responder às dúvidas procedentes deste trabalho ainda nessa pesquisa, muito menos de defender o que é impossível: uma pesquisa com todos os significados produzidos para a noção de ângulo. Cabe ao professor de Matemática auxiliar seus alunos para uma produção de diversos significados ao lidar com uma mesma idéia, e estar atento às ações enunciativas para que tenha condições de criar um ambiente de aprendizado. Nesse sentido, aumenta-se a chance de soluções para a diversidade de situações – problema na escola e no dia-a-dia.

Daniella Assemany é professora de Matemática do CAP-UFRJ. Graduou-se pela UERJ e é mestre em Educação Matemática pela Universidade Santa Úrsula